$$P = P_K - \frac{P_K - P_g}{L_K} . x \qquad (٤-٢٤)$$

$$v = -C\left(\frac{P_K - P_g}{L_K}\right)^{1/n} \qquad (٤-٢٥)$$

نلاحظ من المعادلة (٤-٢٤) أن توزع الضغط حسب قانون الارتشاح غير الخطي تتطابق تماماً مع معادلة توزع الضغط لنفس الجريان عند الجريان المماثل حسب قانون الارتشاح الخطي ، لذلك يمكن استخدام نفس التحليل للمعادلات عند الجريان الخطي حيث يمكننا استنتاج مايلي :

١) إن علاقة الضغط بالمسافة x خطية حيث إن الخط البيرومتري هنا يجب أن يكون مستقيماً .

٢) سرعة الارتشاح وتدرج الضغط ثابتين ولايتعلقان بالمسافة x .

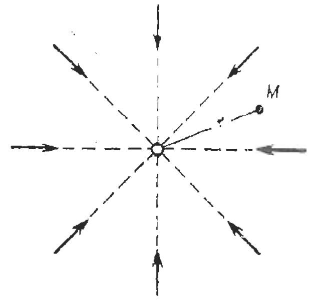
٣) إن الإنتاجية Q ثابتة لاتتعلق بالمسافة x،ولكن من المعادلتين (٤-٢٣)، (٤-٢٥) نجد أن للإنتاجية Q وسرعة الارتشاح v نفس العلاقة مع تدرج الضغط ، حيث إن هذه العلاقة منتظمة ثابتة وهذا يفسر بتحرك ذرات السائل بانتظام على طول مساراتها .

٤-٢- الجريان الدائري الشعاعي :

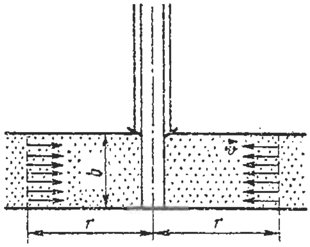
٤-٢-١- وصفه :

ليكن لدينا طبقة أفقية ذات سماكة ثابتة وامتداد غير محدود ، حفر فيها بئر اخترقها بشكل كامل ، بحيث بقيت الطبقة مفتوحة ، مثل هذا البئر سمي بالبئر التام هيدروديناميكياً . لدى استخراج السائل من هذه الطبقة ، ستتحرك ذراته بخطوط مستقيمة أفقية بشكل شعاعي باتجاه مركز البئر . يسمى مثل هذا الجريان بالجريان الدائري الشعاعي ، حيث سيتم الجريان ضمن مستوى أفقي وسيتشابه هذا الجريان مع الجريانات في المستويات الأفقية الأخرى ، لذلك فلدراسة هذا النوع من الجريانات تكفي دراسة الجريان ضمن مستوى واحد من هذه المستويات الأفقية . والشكل (٤-٩) يمثل المقطع الأفقي للجريان الارتشاحي الدائري الشعاعي بينما يمثل

الشكل (٤-١٠) المقطع العمودي له .



شكل (٤-٩) : المقطع الأفقي للجريان الدائري الشعاعي .



شكل (٤-١٠) : المقطع العمودي للجريان الدائري الشعاعي .

إن الضغط وسرعة الارتشاح في أية نقطة مثل M في الجريان الدائري الشعاعي المستقر ، يتعلقان فقط ببعد هذه النقطة عن مركز البئر r . ومنه يمكن القول إن هذا النوع من الجريانات هو نوع آخر من الجريانات الأحادية .

إذا كان البئر مخصصاً للحقن فإن اتجاه الجريان في الشكل (٤-٩) ، (٤-١٠) يجب أن يعكس .

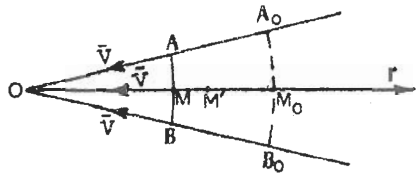
تبقى المعادلات (٤-١) و (٤-٤) في هذا النوع من الجريانات صالحة ولكن بعد التعويض بدلاً عن L بنصف قطر شعاع حركة النقاط مع اعتبار عدم ثبات سطح المقطع العرضي للجريان F في الجريان الدائري الشعاعي .

لنفرض أنه في النقطة O تلتقي جميع المسارات $A_0 A O$ ، $M_0 M O$ ، $B_0 B O$ للجريان الدائري كما في الشكل (٤-١١) ، نرسم المحور الشعاعي r على طول إحدى المسارات باتجاه يعاكس اتجاه حركة ذرات السائل ، أما بقية الرموز فسنحتفظ بها كما وضحت بالشكلين (٤-٣) ، (٤-٤) وبنفس الطريقة سنحصل على مايلي:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{K}{\mu}\frac{dP}{dr} \qquad (٤-٢٦)$$

وبناء على المعادلة (١-٢٤) يمكن أن نكتب :

$$v = m \cdot u = -m \frac{dr}{dt} \qquad (٤-٢٧)$$



شكل (٤-١١) : جزء من الجريان الدائري الشعاعي

حيث إن : $r = OM \,,\, r + dr = OM'$

أما سطح الارتشاح F هنا فيتمثل بالسطح الجانبي للأسطوانة ذات نصف القطر r والارتفاع b (سماكة الطبقة) :

$$F = 2 \pi r b \qquad (٤-٢٨)$$

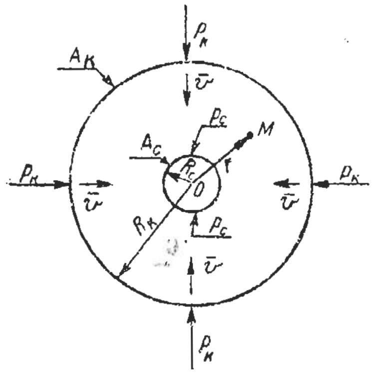
أما إذا اقتصرنا على نصف القطر AO ، BO فإن سطح الارتشاح F سيكون مساوياً لجزء من السطح الجانبي للأسطوانة .

٤-٢-٢- الجريان الدائري الشعاعي حسب قانون الارتشاح الخطي :

ليكن لدينا بئر تام هيدروديناميكياً ، حفر في مركز الطبقة الأفقية الدائرية ذات السماكة " b " . لنبحث الآن الجريان الدائري للسائل غير القابل للانضغاط عند نظام دفع الماء ، ولنعتبر أن السائل يجري من الطبقة المتجانسة إلى البئر حسب قانون الارتشاح الخطي، يوضح الشكل (٤-١٢) ، المسقط الأفقي للجريان الدائري الشعاعي ، حيث إن A_c المقطع الأفقي للبئر ذي نصف القطر R_c ، بينما A_k فيمثل المقطع الأفقي لكونتور التغذية ذي نصف القطر R_k .

قبل البدء في الإنتاج يكون الضغط المصغر في الطبقة ككل متساوياً ويساوي P_k^* . وللبدء في الإنتاج لابد من تخفيض الضغط الطبقي في المنطقة القاعية ، على اعتبار أن الضغط على الكونتور لم يتغير وبقي ثابتاً ومساوياً P_k^* . إن الضغط الطبقي المصغر في

المنطقة القاعية P_c^* يسمى بضغط القاع الديناميكي المصغر .



شكل (٤-١٢): المقطع الأفقي للطبقة والبئر التام هيدروديناميكياً لدى الجريان الدائري الشعاعي

وهكذا فإن الجريان في الطبقة سيتم على حساب فاقد الضغط $P_k^* - P_c^*$. وباعتبار تغذية الطبقة دائمة فإنه لدى انخفاض الضغط P_k^* سوف يعوض هذا الضغط من جديد وبالتالي سيبقى ثابتاً . وإذا إعتبرنا أن المقاطع A_c ، A_K تمثل مقاطع الحد السفلي للطبقة (الغطاء السفلي) فإن الضغوط عند هذه المقاطع ستكون P_c ، P_k ، ومن الواضح عندئذ أن :

$$P_K^* - P_c^* = P_K - P_c = \Delta P \qquad (٤-٢٩)$$

لذلك تكفي دراسة هذا النوع من الجريان في مستوى واحد فقط . وعلينا تعيين كل من الإنتاجية والضغط وتدرج الضغط وسرعة الارتشاح وقانون حركة ذرات السائل على طول مساراتها ، والضغط الوسطي في الفراغات المسامية .

اعتماداً على قانون الارتشاح الخطي (٤-٢٦) والمعادلة (٤-٢٨) سوف نحصل على :

$$dP = \frac{Q \cdot \mu}{2 \pi b K} \frac{dr}{r} \qquad (٤-٣٠)$$

حيث إن : P ـ الضغط في النقطة M ذات البعد r عن مركز البئر .

Q ـ إنتاجية البئر الثابتة .

للحصول على معادلة الضغط نقوم بمكاملة المعادلة (٤-٣٠) عند المجالات التالية $[P , P_K]$ ، $[r , R_K]$ فنحصل على :

$$P = P_K - \frac{Q \cdot \mu}{2 \pi b K} \ell n \frac{R_K}{r} \qquad (٤-٣١)$$

أما لتعيين إنتاجية البئر نكامل المعادلة (٤-٣٠) عند حدود معروفة $[P_c , P_K]$ ، $[R_c , R_K]$ فنحصل على :

$$Q = \frac{2 \pi K (P_K - P_c) \cdot b}{\mu \ell n \frac{R_K}{R_c}} \qquad (٤-٣٢)$$

تدعى هذه المعادلة باسم الباحث الذي حصل عليها (ديوبي) .

لنعوض قيمة Q المحصول عليها بالمعادلة السابقة في المعادلات (٤-٣٠)،(٤-٣١) (٤-٢٦) فنحصل على كل من تدرج الضغط والضغط وسرعة الارتشاح في أية نقطة من نقاط المستوي المدروس :

$$\frac{dP}{dr} = \frac{P_K - P_c}{\ell n \frac{R_K}{R_c}} \frac{1}{r} \qquad (٤-٣٣)$$

$$P = P_K - \frac{(P_K - P_c)}{\ell n \frac{R_K}{R_c}} \ell n \frac{R_K}{r} \qquad (٤-٣٤)$$

أو يمكن كتابة معادلة الضغط على النحو التالي بعد تغيير حدود التكامل :

$$P = P_c + \frac{P_K - P_c}{\ell n \frac{R_K}{R_c}} \ell n \frac{r}{R_c} \qquad (٤-٣٥)$$

$$v = \frac{K (P_K - P_c)}{\mu \ell n \frac{R_K}{R_c}} \frac{1}{r} \qquad (٤-٣٦)$$

ومن المعادلة (٤-٢٧) يمكن الحصول على قانون حركة ذرات السائل ضمن المستوى الأفقي :

$$dt = - \frac{m}{v} dr$$

نعوض قيمة v من المعادلة (٤-٣٦) ثم نكامل ضمن الحدود [t ، 0] ، [R_o , r] فنحصل على المعادلة التالية :

$$t = \frac{m \cdot \mu \cdot \ln \frac{R_K}{R_c}}{K(P_K - P_c)} \cdot \frac{R_o^2 - r^2}{2} = \frac{\pi m b (R_o^2 - r^2)}{Q} \qquad (٣٧-٤)$$

حيث إن : R_o ـ الموقع الأولي لذرة السائل عند الزمن $t = 0$ ،

r ـ موقع الذرة عند الزمن t ،

وللحصول على الزمن اللازم لإنتاج كل السائل الموجود في الطبقة T نعوض المعادلة (٤-٣٧) بدلاً من R_o بـ R_K ، وبدلاً من r بـ R_c فنحصل على :

$$T = \frac{\pi m b (R_K^2 - R_c^2)}{Q} \qquad (٣٨-٤)$$

لنحسب الضغط الوسطي في الفراغات المسامية للطبقة :

$$P = \frac{1}{V_p} \int_{V_p} P \, dV_p \qquad (٣٩-٤)$$

حيث إن :

$V_p = \pi (R_K^2 - R_c^2) b m$ الحجم الكلي للفراغات المسامية في الطبقة .

$V'_p = \pi (r^2 - R_c^2) b m$ حجم الفراغات المسامية في الجزء المدروس ذي نصف القطر r .

وبتعويض قيمة P من المعادلة (٤-٣٤) والقيم السابقة في المعادلة (٤-٣٩) ، وبإجراء التكامل عند الحدود [$R_c \rightarrow R_K$] مع الأخذ بعين الإعتبار أن $R_c << R_K$ نحصل على المعادلة التالية :

$$\bar{P} = P_K - \frac{P_K - P_c}{2 \ln \frac{R_K}{R_c}} \qquad (٤٠-٤)$$

إن المعادلات التي حصلنا عليها تصف الجريان الدائري الشعاعي للسائل غير القابل للانضغاط في الطبقات المتجانسة . ستقوم بتحليل هذه المعادلات ، وقبل كل شيء وبما أننا قد استخدمنا فرق الضغط في كل المعادلات فيمكن أن تستخدم القيم

المطلقة للضغوط بدلاً من المصغرة وذلك حسب المعادلة (٤-٢٩) ولدى تحليل هذه المعادلات تم التوصل إلى الاستنتاجات التالية :

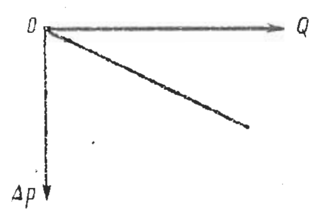
١) إن إنتاجية البئر حسب معادلة ديوبي (٤-٣٢) ، ترتبط خطياً مع فرق الضغط $\Delta P = P_K - P_c$ وهي ثابتة خلال السطوح الأسطوانية الموازية لجدار البئر الأسطواني أي أنها لاتتعلق بالبعد r .

تسمى علاقة الإنتاجية بفرق الضغط بالدليل البياني . وستكون هذه العلاقة حسب المعادلة (٤-٣٢) خطية وبالتالي سيكون الدليل البياني عبارة عن خط مستقيم (الشكل ٤-١٣) . أما نسبة الإنتاجية إلى فرق الضغط فيدعى معامل إنتاجية البئر N ويحسب من المعادلة (٤-٣٢) :

$$N = \frac{Q}{\Delta P} = \frac{2\pi K b}{\mu \ln \frac{R_K}{R_c}} \qquad (٤-٤١)$$

أما واحدة قياس معامل الإنتاجية N هي :

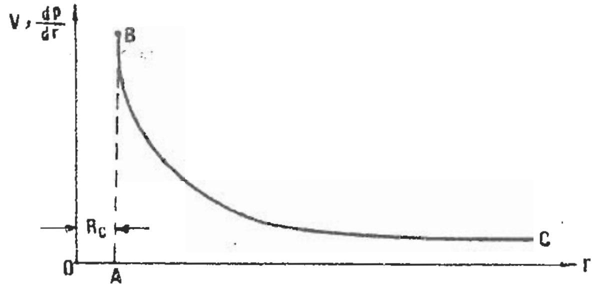
$$[N] = \frac{m^3/S}{Pa} = \frac{m^4 S}{kg}$$



شكل (٤-١٣) : الدليل البياني للجريان الدائري الشعاعي للسائل غير القابل للانضغاط

٢) من الملاحظ في المعادلتين (٤-٣٣) ، (٤-٣٦) أن تدرج الضغط $\frac{dP}{dr}$ وسرعة

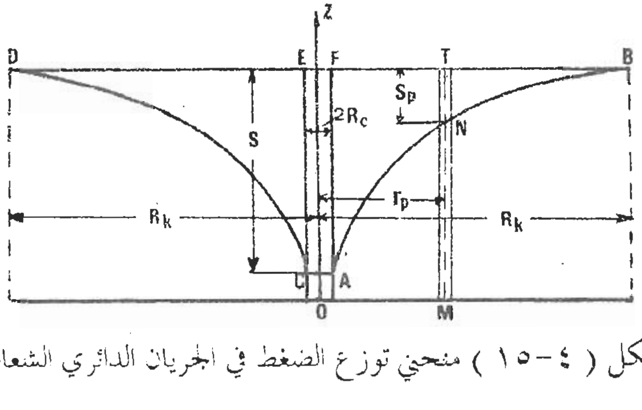
الارتشاح v في نقطة مامن الطبقة يتناسبان عكساً مع بعد هذه النقطة عن مركز البئر r وهذه العلاقة ممثلة في الشكل رقم (٤-١٤) ، وهي عبارة عن قطع زائد .



شكل (٤-١٤) علاقة سرعة الارتشاح وتدرج الضغط بالبعد عن مركز البئر

نلاحظ من المنحني أن تدرج الضغط وسرعة الارتشاح تزدادان بشكل سريع ويصلان إلى القيمة العظمى عند جدران البئر ، حيث إن المستقيم المنقط العمودي يمثل جدران البئر . وأن علاقة سرعة الارتشاح بالمسافة r تتطابق مع العلاقة المبسطة الممثلة بالمعادلتين (٤-٢٦) ، (٤-٢٨) .

٣) من المعادلتين (٤-٣٤) ، (٤-٣٥) نلاحظ أن للضغط علاقة لوغاريتمية مع بعد النقطة المدروسة عن مركز البئر r . لرسم هذه العلاقة نقوم بوضع محور الضغط والإحداثية Z على محور البئر ؛ ثم نرسم هذه العلاقة فتأخذ الشكلين الممثلين بالخطوط AB ، CD (الشكل٤-١٥) وإدارة أحدهما حول محور البئر سيتشكل قمعٌ يدعى قمع انخفاض الضغط .



شكل (٤-١٥) منحني توزع الضغط في الجريان الدائري الشعاعي

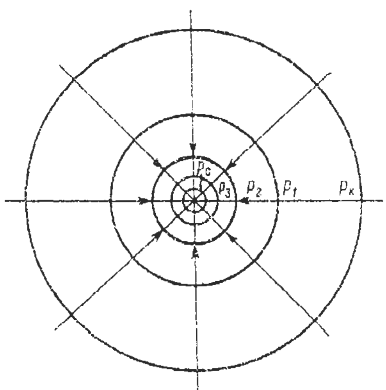
لابد من الإشارة إلى أن منحني توزع الضغط لايمس الخط الأفقي DB في النقطة $r = R_K$ ولكن يقطعه بزاوية ميل ما . وأن سرعة انخفاض الضغط تزداد بسرعة كلما اقتربنا من جدران البئر ، وذلك حسب القانون اللوغاريتمي لتوزع الضغط . لذلك فإن مؤشرات المنطقة القريبة من البئر هي التي تؤثر بشكل كبير على إنتاجيته .

يمكن رسم مجموعة خطوط الإيزوبار للجريان الدائري الشعاعي بناء على إحدى المعادلتين (٤-٣٤) ، (٤-٣٥) ، حيث سيتساوى الضغط الطبقي في النقاط التي تبعد مسافة واحدة عن مركز البئر ، أي عندما يكون $r = const$ ، أو حسب العلاقة $x^2 + y^2 = r^2$ ، وهي معادلة دائرة ، أي أن لخطوط الإيزوبار شكلاً دائرياً مركزه محور البئر . ومن الملاحظ أن خطوط الإيزوبار هذه ستتعامد مع مسارات حركة ذرات السائل ، وهذا مايوضحه الشكل (٤-١٦) وإذا اعتبرنا أن :

$$P_K - P_1 = P_1 - P_2 = P_2 - P_3 = const$$

فإن المسافة مابين خطوط الإيزوبار ستتناقص باتجاه مركز البئر ، ودرجة التناقص ستزداد تدريجياً وسيكون التناقص كبيراً جداً في المنطقة القريبة من البئر .

كذلك فإن الخطوط الأفقية EF ، CA في الشكل (٤-١٥) تمثل المستوى الستاتيكي والديناميكي للسائل في البئر .



شكل (٤-١٦) الحقل الهيدروديناميكي للجريان الدائري الشعاعي

سنقوم بإجراء بعض التغييرات في المعادلات السابقةمع الأخذبعين الاعتبار مايلي :

$$P_K = \gamma H_K \, , \, P_c = \gamma H_c \qquad (٤-٤٢)$$

ومنه :

$$P_K - P_c = P_K^* - P_c^* = \gamma (H_K - H_c) = \gamma \, . \, S \qquad (٤-٤٣)$$ البئر

حيث إن : H_K ـ ارتفاع مستوى السائل عند كونتور التغذية ،

H_c ـ ارتفاع مستوى السائل في البئر ، γ ـ الوزن النوعي للسائل ،

S ـ الفرق بين ارتفاع السائل عند كونتور التغذية وفي البئر .

إذا كان عمل البئر ميكانيكياً (يعمل بواسطة المضخة الغاطسة) والسائل متجانساً أي $\gamma = const$ عندئذ يفهم من H_K ، H_c – ارتفاع مستوى السائل الستاتيكي والديناميكي الفعال عند قاع البئر ، أما S فتمثل انخفاض المستوى الديناميكي الفعال عن المستوى الستاتيكي . ويقاس كل من P_K ، P_c بجهاز الأميراد (جهاز لقياس الضغط في البئر) ، ومن المعادلات (٤-٤٢) ، (٤-٤٣) يمكن حساب H_K ، H_c بعد معرفة γ .

ولحساب الإنتاجية باستخدام هذه المفاهيم نقوم بتعويض قيم الضغط من المعادلة (٤-٤٢) في معادلة الإنتاجية (٤-٣٢) فنحصل على مايلي :

$$Q = \frac{2 \pi b K \gamma (H_K - H_c)}{\mu \ln \dfrac{R_K}{R_c}} = \frac{2 \pi b K \gamma S}{\mu \ln \dfrac{R_K}{R_c}} \qquad (٤-٤٤)$$

ومنه نلاحظ أن الإنتاجية تتناسب طرداً ، إما مع فرق الضغط أو انخفاض مستوى السائل عن المستوى الستاتيكي S .

إذا حفر بئر للمراقبة MT (الشكل ٤-١٥) بحيث يبعد مسافة r_1 عن بئر الإنتاج ، فباستخدام المعادلة (٤-٤٤) يمكن الحصول على المعادلة التالية :

$$\frac{P_K - P_p}{P_K - P_c} = \frac{S_p}{S} = \frac{\ln \frac{R_K}{r_p}}{\ln \frac{R_K}{R_c}} \qquad (٤-٤٥)$$

حيث إن $S_p = TN$ ـ انخفاض مستوى السائل في بئر المراقبة عن المستوى الستاتيكي هو ناتج عن عمل بئر الإنتاج .

ملاحظة :

عندما تكون أبعاد المكمن كبيرة أي $R_K >> R_c$ ، عندئذ يمكن إهمال R_c وبالتالي تصبح علاقة ديوبي على النحو التالي :

$$Q = \frac{2 \pi b K (P_K - P_c)}{\mu \ln R_K} \qquad (٤-٤٦)$$

أي أن انخفاض الضغط سيصبح تابعاً لوغاريتمياً لبعد كونتور التغذية عن البئر التامة هيدروديناميكياً .

٤-٢-٣- الجريان الدائري الشعاعي حسب قانون الارتشاح غير الخطي :

إن قانون الارتشاح غير الخطي عند شروط الجريان الدائري (الشكل ٤-١١) سيكون على الشكل التالي :

$$v = \frac{Q}{F} = C\left(-\frac{dP}{dr}\right)^{1/n} \quad 1 \le n \le 2 \qquad (٤-٤٧)$$

حيث إن C ، n ـ قيم ثابتة وإن F يعين بالمعادلة (٤-٢٨) وتستخدم نفس الطريقة من أجل دراسة الجريان الدائري الشعاعي أثناء الارتشاح غير الخطي .

من المعادلة السابقة يمكن أن نكتب :

$$dP = -\left(\frac{Q}{2 \pi b c}\right)^n \frac{dr}{r^n} \qquad (٤-٤٨)$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود $[P \to P_c]$ ، $[r \to R_K]$ فنحصل على علاقة حساب الضغط :

$$P = P_K - \left(\frac{Q}{2 \pi b c}\right)^n \cdot \frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{r^{n-1}} - \frac{1}{R_K^{n-1}}\right) \qquad (٤-٤٩)$$